МАТЕМАТИКА

© А.Н. ДЕГТЕВ
a.degtev@list.ru

УДК 517.11

НЕСКОЛЬКО ВОПРОСОВ О СВОДИМОСТЯХ ВЫЧИСЛИМЫХ НУМЕРАЦИЙ

АННОТАЦИЯ. Формулируются несколько вопросов о m- , p- и e-сводимости вычислимых нумераций.

SUMMARY. Formulated some questions on m-, p- and e-reducibility computable numerations.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА. Вычислимые нумерации, m-, p- и -сводимость.

KEY WORDS. Computable numerations, m-, p- and e-reducibility.

Для двух нумераций μ и ν одного и того же семейства рекурсивно перечислимых множеств S следующим образом определяется m-сводимость μ к ν: $\mu \leq_m \nu$, если существует общерекурсивная функция f такая, что $\mu = \nu f$. Естественным образом определяется верхняя полурешетка $L_m(S)$ всех m-степеней вычислимых нумераций семейства S, изучению которых посвящена монография [1].

В работе [2] автор ввел две новые сводимости нумераций. Говорим, что μ позитивно сводима (ρ-сводима) к ν, если существует p-оператор Φ такой, что

$$(\forall s \in S)\ (\mu^{-1}(s) = \Phi(\nu^{-1}(s))). \qquad (1)$$

Напомним, что отображение Φ множества $P(N)$ всех подмножеств $N = \{0,1,2, \ldots\}$ в себя называется p-оператором, если существует общерекурсивная функция f такая, что для всех $X \in P(N)$

$$\Phi(X) = \{x\colon (\exists y)(y \in D_{f(x)} \Lambda_{Dy} \subseteq X)\},$$

где D_n — конечное подмножество N с каноническим номером n.

Говорим, что μ сводима к ν по перечислимости (e-сводима), если существует e-оператор Φ такой, что выполнено условие (1). Оператор Φ называется e-оператором, если существует рекурсивно перечислимое множество W такое, что для всех $X \in P(N)$

$$\Phi(X) = \{x\colon (\exists y)(\langle x,y\rangle \in W \ \Lambda\ D_y \subseteq X)\},$$

где $\langle x,y\rangle$ — канторовский номер пары (x,y), $x, y \in N$.

Аналогично определяются верхние полурешетки $L_p (S)$ и $L_e (S)$ p- и e-степеней вычислимых нумераций семейства рекурсивно перечислимых множеств S.

Вопрос 1. Верно ли, что если S содержит два множества A и B таких, что $A \subset B$, то $L_e (S)$ бесконечна?

Для некоторых частных случаев положительные ответы получены в статьях [2], [3].

Вопрос 2. Существует ли семейство рекурсивно перечислимых множеств и его вычислимая нумерация такие, что среди ее m-степени нет наибольшей m-степени?

Этот вопрос поставлен в статье [4]. Естественен вопрос 2 с заменой в нем слова «наибольшей» на слово «наименьшей».

В связи с изучением полурешеток $L_p (S)$ и $L_e (S)$ [2-5] возникают вопросы.

Вопрос 3. Верно ли, что если $L_p (S)$ $(L_e (S))$ не одноэлементна, то она не является решеткой?

Последнюю информацию о строении полурешеток $L_p (S)$ и $L_e (S)$, а также о категориях нумерованных множеств K_p и K_e, в которых морфизмы индуцируются p- и e-сводимостями, можно получить из работ [6-8].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ершов Ю.Л. Теория нумераций. М.: Наука, 1977.

2. Дегтев А.Н. О сводимостях нумераций // Мат. сб. 1980. Т. 112. №2. С. 207-219.

3. Платонов М.Л. О верхних полурешетках -степеней вычислимых нумераций // Вестник ТюмГУ. 2006. №5. С. 160-162.

4. Degtev, A.N. On p-reducibility of numeration // Ann. Pure Appl. Logic. 1993. V. 63. P. 57-60.

5. Дегтев А.Н., Платонов М.Л. О верхних полурешетках m-степеней вычислимых нумераций // Вестник ТюмГУ. 2008. №6. С. 94-100.

6. Дегтев А.Н., Платонов М.Л. О e-главных нумерациях // Сиб. мат. журнал. 2008. Т. 41. №6. С. 300-308.

7. Платонов М.Л. О p-сводимости вычислимых нумераций // Современные проблемы математического и информационного моделирования. Перспективы разработки и внедрения инновационных IT-решений. Тюмень: Вектор Бук, 2011. С. 149-168.

8. Платонов М.Л. О некоторых семействах рекурсивно перечислимых множеств // Современные проблемы математического и информационного моделирования. Перспективы разработки и внедрения инновационных IT-решений. Тюмень: Вектор Бук, 2011. С. 168-178.